

VEKTORLANING TURLI BAZISLARDAGI KOORDINATALARI ORASIDAGI BOG`LANISH

Pardayeva Zamira O'ktamovna

JDPU, Matematika va Informatika fakulteti, katta o'qituvchisi

Baxtiyorova Kamola Ulug`bek qizi

JDPU, Matematika va Informatika fakulteti 3-bosqich talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada turli bazislarda berilgan vektor koordinatalari orasidagi bog`lanishlar o`rganiladi. Vektorlarni bir bazisdan boshqasiga o`tkazish usullari, matritsa ko`paytmalari va transformatsiya qonuniyatlari misollar yordamida batafsil tushuntiriladi. Maqola chiziqli algebra va fazo tushunchalarini yaxshiroq anglashga yordam beradi hamda muhandislik, informatika va fizikada amaliy qo`llanilishi uchun zarur nazariy bilimlarini taqdim etadi.

Kalit so`zlar: vektor koordinatalari, bazis, bazis o`zgartirish, transformatsiya matrisasi, o`tish matrissasi, chiziqli algebra, vektor fazo.

Chiziqli algebra va vektor fazoda ko`pincha vektorlarni turli bazislarda ifodalash talab etiladi. Bu, ayniqsa, muhandislik va fizika sohalarida muhim bo`lib, fazoni qulay shart-sharoitlarda tasvirlash imkonini beradi. Vektorlarni bir bazisdan boshqasiga o`tkazish jarayoni va turli bazislardagi koordinatalar orasidagi bog`lanishlar maqolaning asosiy mavzusi hisoblanadi.

Vektorlarni bir bazisda ifodalash uchun ular tegishli koordinatalar sistemasi yordamida har bir o`qi bo`yicha komponentalarga ajratiladi. Agar v vektor bir bazisda (v_1, v_2, v_3) ko`rsatkichlardan iborat bo`lsa, u holda boshqa bir bazisga o`tkazilganda, yangi koordinatalar to`plami, yangi bazis vektorlarining eski bazisdagi ifodasi yordamida olinadi. Bu o`tish formulalari asosan bazislarni almashtirish matritsasi yordamida amalga oshiriladi.

Bazis deganda, vector fazosininng chiziqli mustaqil vektorlardan tashkil topgan to`plami tushuniladi. Agar biz uch o`lchamli fazoda orthogonal bazisni olayotgan bo`lsak, har bir vector uchta komponenta bilan ifodalaniladi, ya`ni:

$$\vec{v} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$$

Bazislar orasidagi bog`lanish:

Agar bir bazisdagi vektorlar e_1, e_2, e_3 va yangi bazisdagi vektorlar e_1', e_2', e_3' bo`lsa, unda yangi bazisdagi koordinatalar $[v_1', v_2', v_3']$ ning eski bazisdagi koordinatalar $[v_1, v_2, v_3]$ bilan bog`lanishi quyidagicha ifodalaniladi:

$$\begin{bmatrix} v_1' \\ v_2' \\ v_3' \end{bmatrix} = P \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

Bu yerda P -eski bazisdan yangi bazisga o`tish matritsasi.

Turli bazislardagi koordinatalarning o`zaro bog`lanishi

Bitta bazisda berilgan koordinatalar to`plami boshqa bir bazisda boshqa qiymatlarni ifodalaydi. Buning uchun yangi va eski bazislar orasidagi o`zgarish matrisasini aniqlash kerak.

Faraz qilaylik, bizda eski bazis $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ va yangi bazis $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ bor. Har bir yangi va eski bazis vektorini eski bazis orqali quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\begin{aligned} \vec{f}_1 &= a_{11}\vec{e}_1 + a_{12}\vec{e}_2 + a_{13}\vec{e}_3 \\ \vec{f}_2 &= a_{21}\vec{e}_1 + a_{22}\vec{e}_2 + a_{23}\vec{e}_3 \\ \vec{f}_3 &= a_{31}\vec{e}_1 + a_{32}\vec{e}_2 + a_{33}\vec{e}_3 \end{aligned} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Endi, agar bizda vector \vec{v} ning eski bazisdagi koordinatalari $\vec{v}_{new} = A \cdot \vec{v}_{old}$.

Quyidagi misolni ko`rib chiqaylik.

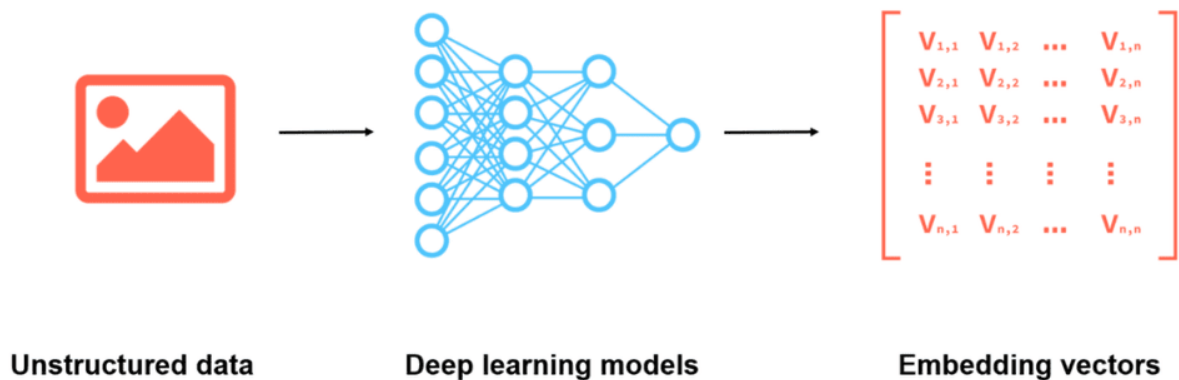
$$\begin{aligned} \vec{v} &= 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \vec{v}_{new} &= A \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 2 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \\ 0 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 4 \\ -1 \cdot 2 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

O`tish matritsasi: O`tish matrisasi har doim invertible bo`lishi kerak, ya`ni uning determinant nolga teng bo`lmasligi lozim. O`tish matrisasi ko`pincha yangi bazis vektorlarining eski bazisdagi koordinatalari yordamida quriladi.

Geometrik talqin: har bir bazis o`ziga xos vektorlar tizimiga ega bo`lib, bu tizimidagi vektorlarning geometric talqini vektorlarning orasidagi burchaklarini, yo`nalishlarini va o`lchovlarini anglatadi. Vektorlar orasidagi bog`lanishning geometric talqini, vektorlar orasidagi o`zgarishlarni aniqlash va ularning joylashuvlarini tushunishga yordam beradi.

Vektorlar fazosidagi har qanday bazis chiziqli mustaqil vektorlar to`plamidan iborat bo`lib, ushbu vektorlar yordamida fazodagi har qanday vektor ifodalanishi mumkin. Agar bizda ikki xil bazis mavjud bo`lsa, u holda vektorlarning bir bazisdan boshqasiga o`tkazilishi mumkin. Bu jarayonda transformatsiya matritsasidan foydalaniladi.

Vektor-bu koordinatalar, xususiyatlar va chastotalar kabi har xil turdagi ma'lumotlarni aks ettiradigan raqamlar to'plami.



Vektorli ma'lumotlar bazasi-bu katta hajmdagi vektorli ma'lumotlarni saqlash va qayta ishlash uchun optimallashtirilgan yangi ma'lumotlar bazasi turi. Vektor-bu koordinatalar, xususiyatlar va chastotalar kabi har xil turdagi ma'lumotlarni aks ettiradigan raqamlar to'plami. Ushbu turdagi ma'lumotlar bazasi odatda rasmlar, ovozli fayllar yoki matnlar kabi katta hajmdagi ma'lumotlarni saqlash va qayta ishlash uchun ishlatiladi.

Vektorli ma'lumotlar bazasi ma'lumotlarni qidirish, taqqoslash va tasniflash operatsiyalarini samarali bajarishga, shuningdek ularning tuzilishi va aloqalarini tahlil qilishga imkon beradi.

Vektorli ma'lumotlar bazasi turli xil ilovalarda qo'llaniladi, jumladan:

Geoaxborot tizimlari (GIS)

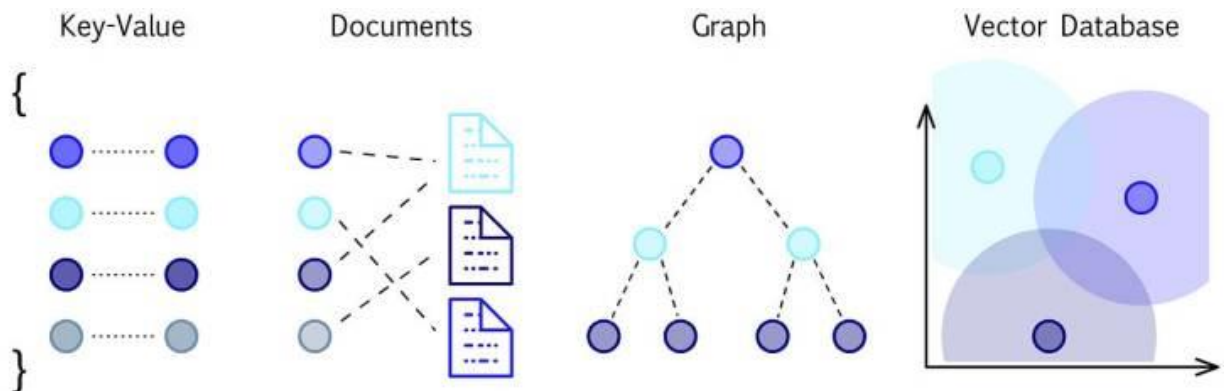
Transportni boshqarish tizimlari

Ta'minot zanjirini boshqarish tizimlari

Haqiqiy vaqtda ma'lumotlarni qayta ishlash tizimlari

Sun'iy intellekt tizimlari

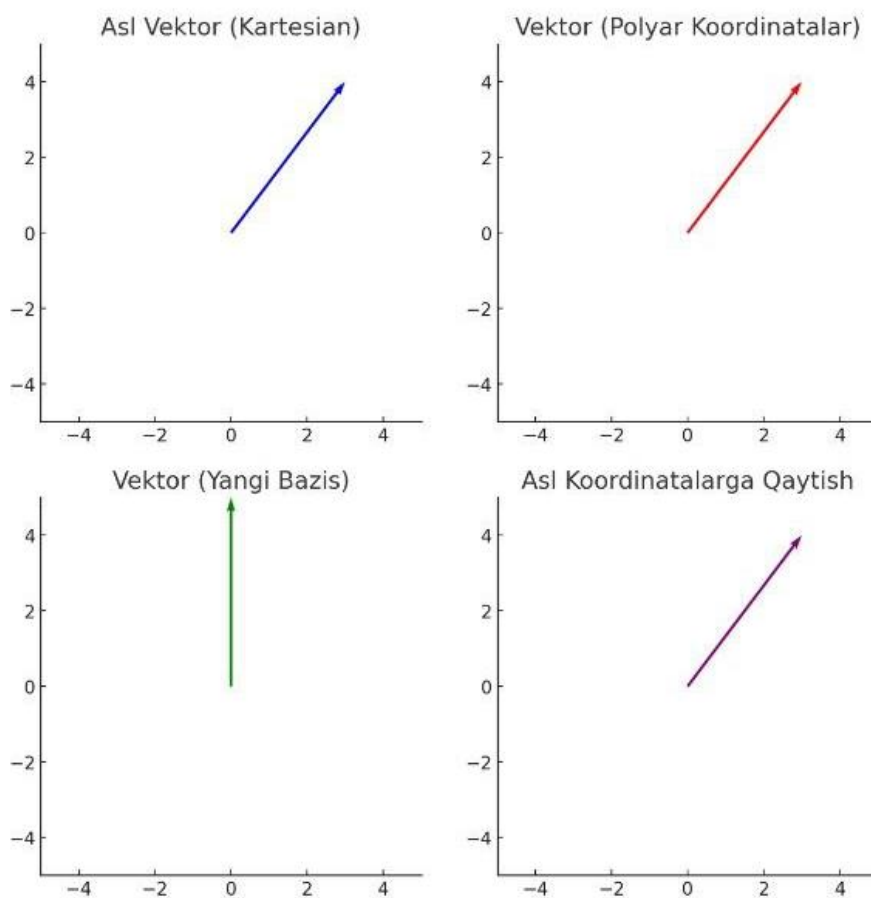
Vektorli ma'lumotlar bazalaridan foydalanishning bir misoli katta ma'lumotlarni qayta ishlashdir. Vektorli ma'lumotlar bazalari sensorlar, ijtimoiy tarmoqlar va veb-saytlar kabi turli manbalardan olingan katta hajmdagi ma'lumotlarni saqlash va qayta ishlash uchun ishlatilishi mumkin. Vektorli ma'lumotlar bazalari ushbu ma'lumotlarni tahlil qilish va qarorlarni qabul qilishni yaxshilash uchun ishlatilishi mumkin bo'lgan naqshlarni aniqlash uchun ishlatilishi mumkin.



Transformatsiya bir bazisdagi vektor koordinatalarini boshqa bazisdagi koordinatalarini boshqa bazisdagi koordinatalarga o'zgartirishda qo'llaniladi. Agar B va B' bazislari bo'lsa, u holda vektorning B bazisdagi koordinatalarini B' bazisga o'tkazish uchun quyidagi tenglamadan foydalaniladi:

$$[x]_{B'} = T_{B-B'} \cdot [x]_B ,$$

Koordinatalarni O'zgartirish va Vizualizatsiya



Tasavvur qiling, bizda ikkita bazis mavjud: $\mathbf{B} = \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ va $\mathbf{B}' = \mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2$. Agar vektor x ning koordnitalari \mathbf{B} bazisda $[x]_{\mathbf{B}} = [2,3]$ bo`lsa , uni \mathbf{B}' bazisdagi koordinatalarini aniqlash uchun transformatsiya matrisasini topish zarur.

Faraz qilaylik, bizda $\vec{v} = [5 \ 7]$ vektori va quyidagi o`zgarish matrisasi bor:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$\vec{v}_{new} = A \cdot \vec{v} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 \\ 3 \cdot 5 + 4 \cdot 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 43 \end{bmatrix}$$

Maqolada vektorlarning turli bazislardagi koordinatalari orasidagi bog`lanishlar tushunish, ko`plab ilmiy va amaliy sohalarda, xususan, fizikada, kompyuter grafikasi va sun`iy intellektda qo`llaniladi. Transformatsiya matrisalari yordamida bazislar orasidagi o`zaro bog`lanish matematik tarzda aniqlandi va misollar yordamida o`rganiladi. Ushbu maqolada keltirilgan formulalar va tushuntirishlar, vektorlar orasidagi bog`lanishni o`rganishga yordam beradi.

Vektorlarni turli bazislarda ifodalashda ko`rsatilgan metodlar matematika va fizika sohalarida keng qo`llaniladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Axunov.S.(2010).Chiziqli Algebra asoslari.Toshkent:O`zMU NMIU
2. L.D.Kudryavtsev “Chiziqli Algebra va uning qo`llanilishi” 2017-y.
3. I.M.Gelfand “Chiziqli Algebra”2011-y.
4. M.Go`tz “Vector spaces and coordinate transformations” Cambridge University Press 2010-y.
5. M.G.Harris “Linear Algebra with Applications”, Prentice Hall, 2008-y.
6. A.S.Ratan “The geometry of Vectors”, Oxford University press, 2015-y.
7. Anton.H&Rorres.C.(2000).Elementary Linear Algebra with Applications.New York:Wiley.