IZOTROP MUHIT UCHUN TERMOELASTIKLIK MASALALARINING UMUMIY TENGLAMALARI SISTEMASINI TAHLIL QILISH

Isayev Nurbek Faxriddin o`g`li

JDPI Matematika o`qitish metodikasi kafedrasi

Annotatsiya: Ushbu tezisda izotrop muhit uchun termoelastiklik masalalari berilgan. Bu masalalarni umumiy tenglamalar sistemasi orqali tahlil qilishga alohida e`tibor qaratilgan. Tezisdagi asosiy masalalar deformatsiya, ya`ni Guk qonuni yordamida yechilgan.

Kalit so`zlar: *Izotrop, anizatrop, deformatsiya, deformatsiya energiyasi, konstanta, Guk qonuni.*

Аннотация: В этой диссертации рассматриваются вопросы термоупругости для изотропной среды. Особое внимание уделяется анализу этих вопросов с помощью системы общих уравнений. Основные проблемы диссертации решаются методом деформации, т.е. Законом Гука.

Ключевые слова: *Изотропный, анизотропный, деформация, энергия деформации, постоянная, закон Гука.*

Annotation: In this thesis, the problems of thermoelasticity for an isotropic environment are given. Particular attention is paid to the analysis of these issues through a system of general equations. The main problems of the thesis are solved by deformation, by Hooke's law.

Key words: *Isotropic, anisotropic, deformation, deformation energy, constant, Guck's law.*

Chiziqli izotrop muhit uchun aniqlovchi tenglama kuchlanish tenzori va deformatsiya tenzorini quyidagi munosabat orqali bog'laydi:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkm}\varepsilon_{km} \tag{1.1}$$

Bu munosabatga umumlashgan Guk qonuni deyiladi. Bu munosabatning koeffitsientlari $c_{ijkm} -$ elastik konstantalar tenzorini tashkil etib 81 ta komponentaga ega bo'ladi. Kuchlanish va deformatsiya tenzorlarining simmetrikligini e’tiborga olsak har xil elastiklik konstantalar 36 tadan oshmaydi. Guk qonunini yozishda bu 36 ta koeffitsientlardagi ikkita indekslar o’rniga ya’ni kuchlanish va deformatsiya tenzorlari komponentalaridagi indekslarni ko’pincha birdan oltigacha o’zgaruvchi bitta indekslarga almashtirib yoziladi:

$$\left.\begin{array}{ll} \sigma_{11} = \sigma_1, & \sigma_{23} = \sigma_{32} = \sigma_4, \\ \sigma_{22} = \sigma_2, & \sigma_{13} = \sigma_{31} = \sigma_5, \\ \sigma_{33} = \sigma_{3,} & \sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma_6. \end{array}\right] \tag{1.2}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \varepsilon_{11} = \varepsilon_1, & 2\varepsilon_{23} = 2\varepsilon_{32} = \varepsilon_4, \\ \varepsilon_{22} = \varepsilon_2, & 2\varepsilon_{13} = 2\varepsilon_{31} = \varepsilon_5, \\ \varepsilon_{33} = \varepsilon_3, & 2\varepsilon_{12} = 2\varepsilon_{21} = \varepsilon_6. \end{array}\right] \tag{1.3}$$

Bunday belgilashlardan foydalanib Guk qonunini quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$\sigma_k = c_{km}\varepsilon_M \;\; (k, M = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \tag{1.4}$$

Bu yerda 36 ta elastik konstantalar c_{km} – orqali belgilangan.

Bu yerda lotincha bosh harflarning ishlatilishi bu indekslarning birdan oltigacha o’zgarishini ta’kidlash uchun ishlatilgan.

Chiziqli deformatsiya tenzori

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i}\right)$$

ga teng ekanligini ta’kidlab o’tamiz. Bizga ma’lumki energiya tenglamasi quyidagiga teng edi:

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{\rho}\sigma_{ij}e_{ij} - \frac{1}{\rho}c_{i,i} + z \tag{a}$$

Bu energiya tenglamasini quyidagicha talqin qilgan edik, ya’ni “ichki energiyaning o’zgarish tezligi kuchlanish quvvati plyus muhitga keluvchi issiqlik oqimining yig’indisiga teng” ekanligini eslatib o’tamiz.

Agarda issiqlik effektlarini e’tiborga olmay tashlab yuboradigan bo’lsak, u holda (a) – tenglama quyidagi ko’rinishni oladi:

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{\rho}\sigma_{ij}e_{ij} = \frac{1}{\rho}\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} \tag{1.5}$$

Bu holda ichki energiya to’lasincha mexanik miqdordan iborat bo’ladi; va u birlik massaga to’g’ri keluvchi “deformatsiya energiyasi” deyiladi.

$$du = \frac{1}{\rho}\sigma_{ij}d\varepsilon_{ij} \tag{1.6}$$

Agarda $u-$ ni to'qqizta deformatsiya komponentasining funktsiyasi ekanligini e'tiborga olsak, uning differentsiali quyidagiga teng:

$$du = \frac{\partial u}{\partial \varepsilon_{ij}}d\varepsilon_{ij} \tag{1.7}$$

(1.6) va (1.7) larni taqqoslab quyidagini olamiz:

$$\frac{1}{\rho}\sigma_{ij} = \frac{\partial u}{\partial \varepsilon_{ij}} \tag{1.8}$$

(1.8) – formula elastik jism uchun issiqlik effektlarini ham e'tiborga olganda ham o'rinli bo'lishini ko'rsatamiz: Bunda (1.5) – formulaning o'rniga quyidagiga ega bo'lamiz:

$$du = \frac{1}{\rho}\sigma_{ij}e_{ij} + dq, \quad dq = Tds,$$

va shuning uchun

$$\frac{1}{\rho}\sigma_{ij} = \frac{\partial u(\varepsilon_{ij}, S)}{\partial \varepsilon_{ij}}; \quad T = \frac{\partial u(\varepsilon_{ij}, S)}{\partial S}.$$

Bizga ma'lumki termoelastik jismda hamma vaqt

$$\sigma_{ij} = \rho\frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}}\ , \ \ S = -\frac{\partial f}{\partial T} \quad \text{бу ерда} \quad f(\varepsilon_{ij}\ , T)$$

erkin energiya ekanligini eslatib o'tamiz.

Endi $u^* -$ funksiyani kiritamiz:

$$u^* = \rho u \tag{1.9}$$

Bu deformatsiya energiyasi zichligi deyiladi. Bu birlik hajmga to'g'ri keladi. Kichik deformatsiyalar nazariyasida ρ ва u^* larni o'zgarmas deb hisoblash mumkin; shuning uchun $u^* -$ funksiya quyidagi xossalarga ega bo'ladi:

$$\sigma_{ij} = \rho\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_{ij}} = \frac{\partial u^*}{\partial \varepsilon_{ij}} \tag{1.10}$$

Deformatsiya energiyasi nolga teng bo'luvchi holatni ixtiyoriy tanlab olishimiz mumkin:

Shunday qilib, kuchlanish deformatsiya bilan bir vaqtda nolga aylanishi deformatsiya energiyasi ifodasining oddiy ko'rinishidir. Deformatsiya bilan kuchlanish o'rtasidagi chiziqli bog'lanishni ta'minlash quyidagi kvadratik forma hisoblanadi:

$$u^* = \frac{1}{2} c_{ijkm} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{km} \qquad (1.11)$$

(1.1) – Guk qonunini e'tiborga olib, bu ifodani quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$u^* = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \qquad (1.12)$$

Bitta indeks bilan belgilashlarda (1.12) quyidagi ko`rinishda bo`ladi:

$$u^* = \frac{1}{2} c_{kM} \varepsilon_k \varepsilon_M \qquad (1.13)$$

Bundan tashqari $c_{kM} = c_{Mk}$. Agarda deformatsiya energiyasi mavjud bo`lsa, u holda $c_{kM} -$ larning simmetrikligidan elastik konstantalarning bog`liqsizliklari soni 21 ta bo`ladi:

Agarda muhitning elastiklik xossalari koordinatalar sistemasini tanlashdan bog'liq bo'lmasa, u holda bunday elastik muhit "izotrop" deyiladi. Izotrop bo'lmagan muhit "anizatrop" muhit deyiladi.

Guk qonuniga bo'ysunuvchi qattiq jismning elastiklik xossalari $c_{kM} -$ koeffitsientlar orqali ifodalanadi va shuning uchun umumiy holda anizatrop jism uchun elastik konstantalar matritsasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$[c_{kM}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{bmatrix} \qquad (1.14)$$

Agarda deformatsiya energiyasi funktsiyasi mavjud bo'lsa, u holda

$c_{KM} = c_{MK}$ bo'ladi va (1.14) ning 36- o'zgarmasi 21 taga keltiriladi.

Faraz qilaylik birorta nuqtada elastik konstantalar simmetriyasi tekisligi mavjud bo'lsin. Ixtiyoriy koordinatalar sistemasi juftligi uchun elastik konstantalar bir xil qiymatga ega bo'lsin.

Agarda deformatsiya energiyasi funktsiyasi mavjud bo'lsa, u holda bu matritsaning nolga teng bo'lmagan 20 ta hadidan faqatgina 13 tasi o'zaro bog'liq bo'lmaydi. Shunday qilib, quyidagicha xulosa qilamiz:

Agarda jismning hamma yo'nalishlar bo'yicha elastiklik xossalari bir xil bo'lsa va jism to'la simmetriyaga ega bo'lsa, u holda bunday jism "izotrop" jism deyiladi. Bu holda ixtiyoriy tekislik va ixtiyoriy o'q simmetriya tekisligi va simmetriya o'qi bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Бутковский А.Т. Теория оптимального управления системами с распределёнными параметрами М, 1965 .
2. Красовский Н.Н Теория управления движением М, 1968.
3. Кирин Н.Е Методы последовательныч оценок в задагал оптимизации управляных систем М, 1975
4. И.Исроилов Н.Е Кирин М.Д. Рустамов, Задачи наблюдаемости процесса нагрева Вопросы вычеслительной и прикладной математика вып 84-59 стр.